

# Открытый интегрированный урок алгебры и начала анализа и информатики в 10 «Б» классе

Матюкова Людмила Витальевна, учитель математики

## Тема « Формулы приведения»

09.10.2013г.

### Цели урока:

#### 1. *Образовательная:*

- отработать вычислительные навыки в нахождении значений тригонометрических функций;
- сформулировать правило для запоминания формул приведения, используя программы EXCEL;
- закрепить умения использования формул приведения;
- продолжить формирование навыков тождественного преобразования тригонометрических выражений;

#### *воспитательная*

- воспитывать чувство коллективизма и ответственности при работе в парах, группах

#### *развивающая*

- развивать логически связную математическую речь;
- развивать информационно-коммуникационную компетентность;
- развивать самоконтроль, взаимоконтроль, творчество учеников.

**Оборудование:** компьютеры, проектор, экран, электронный учебник-справочник, распечатки с тестами, карточки с заданиями, тесты.

**Тип урока:** интегрированный урок алгебры и начала анализа и информатики

## Ход урока

### 1. Организационный. Постановка цели урока.

Цель: создать работоспособную атмосферу на уроке, дать психологический настрой на изучение темы

### 2. Выступления двух учащихся, сопровождающиеся показом слайдов, используя программу Power Paint и ресурсы Интернет

Цель: познакомиться с историей развития тригонометрии, настроиться на активную работу на уроке.

Слайды презентации

**Развитие тригонометрии.**  
Работа Самарковой Ирины 10 класс

Некоторые тригонометрические сведения были известны древним египтянам и вавилонянам, но основы этой науки заложены в Древней Греции. Греческий астроном Гиппарх во II веке до н.э. составил таблицу синусов и косинусов.

**Клавдий Птолемей**  
Птолемей делил окружность на 360°, а диаметр на 120 частей и записывал на основании таблицы Пифагора:  $(\text{сторона } \alpha)^2 + (\text{сторона } \beta)^2 = (\text{гипотенуз})^2$ , что соответствует современной формуле  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ .  
Применив известные из геометрии Птолемея теоремы о чужих зависимостях, которые равнозначны следующим формулам при условии:  $\alpha/2 = \alpha - \cos \alpha/2$ ,  $\sin \alpha/2 = \sin \alpha - \cos \alpha/2$ .

Дальнейшее развитие учение о тригонометрических величинах получило в IX – XV в.в. в странах Среднего и Ближнего Востока в трудах ряда математиков.

**Насирэддин Туси**  
В «Трактате о полном четырехстороннике» впервые изложил тригонометрические сведения как самостоятельный отдел математики, а не прикладок в астрономии.

**Аль Кашин**  
В первой половине XV века вычислил с большой точностью тригонометрические таблицы с шагом в 1°, которые на протяжении 250 лет оставались непревзойденными.

**И. Региомонтан**  
Его обширные таблицы синусов через 1° с точностью до 7-ой цифры и его изложенный тригонометрический труд «Пять книг о треугольниках всех видов» имели большое значение для дальнейшего развития тригонометрии в XVI – XVII вв.

Позже тригонометрия начала широко изучаться в Европе.

В XVII – XIX вв. тригонометрия становится одной из глав математического анализа. Она находит большое применение в механике, физике и технике, особенно при изучении колебательных движений и других периодических процессов.

**Исаак Ньютон**  
Содействовал развитию аналитической теории тригонометрических функций.

**Н.И. Лобачевский**  
В XIX веке продолжил развитие теории тригонометрических функций.

**Леонард Эйлер**  
Основоположник аналитической теории тригонометрических функций.  
Разрабатывает учение о тригонометрических функциях любого аргумента.

Трактат синус, косинус и т.д. не так распространен, как другие, особенно в связи с его сложностью, в нем рассматриваются функции, которые рассматриваются как отношения сторон прямоугольного треугольника, при численном вычислении.  
Публикован в Санкт-Петербурге в 1782 г.

**Леонард Эйлер**  
Его труды по тригонометрии являются основой для современной теории функций.  
 $\pi = \text{циркульный синус, приминивши}$   
 $\pi = 4$  и упростил так же формулы для вычисления значений функций.

## История тригонометрических терминов.

Работа ученика 10-го Сметанина Александра

Слово **тригонометрия** впервые встречается в 1898 году в названии книги немецкого геолога и математика **Вильгеда Тригонометрия**. Происхождение этого слова греческой **τρίγωνον** – треугольник, **μετρον** – мера. Иными словами, тригонометрия – наука об измерениях треугольников. Хотя название возникло сравнительно недавно, многие отношения, связанные с тригонометрией, понятиями и факты были известны уже две тысячи лет назад.

### Тригонометрические понятия

sin  
cos  
tg  
arcsin  
arctg

**Евклид**  
Фактически различные отношения отрезков треугольника и окружности (а по существу тригонометрические функции) встречаются уже в III в. до н.э. В работах великих математиков Древней Греции **Бавлида**, **Архимеда**, **Аполлония Пергского**.

**Евклид**  
**Архимед**  
**Аполлоний Пергский**

В римский период эти отношения уже достаточно систематично исследовались **Менелаем** (I в. н.э.), котия и не приобрели специального названия. Современный синус угла  $\alpha$ , например, изучался как **полухорда**, на которую опирается центральный угол величиной  $\alpha$ , или как **хорда удвоенной дуги**.



Слово **косинус** намного моложе. Косинус – это сокращение латинского выражения **complementy sinus**, т.е. «дополнительный синус» (или иначе «синус дополнительной дуги»; вспомните  $\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$ ).

**Региомонтан**

**Тангенсы** возникли в связи с решением задач об определении длины тени. **Тангенс** (а также **котангенс**, **секанс** и **косеканс**) введен в X в. Арабским математиком **Абу-ль-Вафой**, который составил первую таблицы для нахождения тангенсов и котангенсов. Однако эти открытия долгое время оставались неизвестными, европейским ученым, и тангенсы были заново открыты в XIV в.

**Региомонтан**

Сначала английским ученым **Т. Бравердином**, позднее немецким математиком, астрономом **Региомонтаном** в 1467 г. Название «**тангенс**», происходящее от **tanget** (касаться), появилось в 1583 г. **Tangens** переводится как «**касающийся**».

**Лагранж**  
**Бернулли**

Современные обозначения **arcsin** и **arctg** появляются в 1772 году в работах венского математика **Шерфера** и известного французского учёного **Ж.Л.Лагранжа**. Хотя несколько ранее их уже рассматривал **Д.Бернулли**, который употреблял иную символику.

**Лагранж**  
**Бернулли**

Но общепринятыми эти символы стали лишь в конце XVIII столетия. Приставка «**арк**» происходит от латинского **arcus** (дуга), что вполне согласуется со смыслом понятия: **arcsin x**, например, это угол (а можно сказать, и дуга), синус которого равен  $x$ .

### Устный опрос (работа в парах)

Цель: *проверить уровень обученности учащихся по знанию теоретического материала.*

1. Дать определение единичной окружности.
2. Используя модель числовой окружности, показать по заданным координатам точки (2-3 точки каждой четверти);
3. Дать определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса.

(Взаимопроверка, оценка в баллах)

#### 4. Математический диктант:

Цель: Проверить уровень знаний учащихся после домашней подготовки.

1. Определите четверть, в которой располагается данный угол:

а)  $194^\circ$ ;  $120^\circ$ ;  $372^\circ$ ;  $278^\circ$ ,

б)  $\pi + \alpha$ ;  $\pi/2 - \alpha$ ;  $\pi - \alpha$ ;  $\pi/2 + \alpha$ ;

2. Допишите равенство:

$$\sin(-\alpha) =$$

$$\cos(-\alpha) =$$

$$\operatorname{tg}(-\alpha) =$$

$$\operatorname{ctg}(-\alpha) =$$

3. Упростите:

$$(\operatorname{sint} - \operatorname{cost})^2 + 2 \operatorname{sint} \operatorname{cost};$$

$$\operatorname{sint} \operatorname{cost} \operatorname{tgt};$$

$$\operatorname{cos}^2 t \operatorname{tg}^2 t - \operatorname{sin}^2 t \operatorname{cos}^2 t;$$

4. Вычислите:

$$\operatorname{sin} 0 ; \operatorname{cos} 0 \operatorname{tg} 0 \operatorname{ctg} 0$$

$$\operatorname{cos} \pi/6; \operatorname{tg} \pi/6; \operatorname{sin} \pi/6; \operatorname{ctg} \pi/6;$$

$$\operatorname{tg} \pi/4; \operatorname{sin} \pi/4; \operatorname{ctg} \pi/4; \operatorname{cos} \pi/4;$$

$$\operatorname{ctg} \pi/3; \operatorname{cos} \pi/3; \operatorname{sin} \pi/3; \operatorname{tg} \pi/3;$$

5. Определите знаки:

$$\operatorname{sint}, \operatorname{tg} t - \text{ в 1 четверти};$$

$$\operatorname{cost}, \operatorname{ctgt}, \operatorname{tgt} - \text{ во 2 четверти};$$

$$\operatorname{sint}, \operatorname{tgt}, \operatorname{cost} - \text{ в 3 четверти};$$

$$\operatorname{sitt}, \operatorname{cost}, \operatorname{tgt}, \operatorname{ctgt} - \text{ в 4 четверти}.$$

Взаимопроверка (ответы на экране)

(За каждое верно выполненное задание 1 балл)

## 5. Работа с использованием компьютера:

Цель: вывести правила для запоминания формул приведения.

Необходимо составить и заполнить таблицу, используя ПК и графический редактор EXCEL

Задание 1 группы

$\alpha$	$\pi + \alpha$	$\pi - \alpha$	$2\pi + \alpha$	$2\pi - \alpha$
$\sin \alpha$				
$\cos \alpha$				
$\operatorname{tg} \alpha$				
$\operatorname{ctg} \alpha$				

Задание 2 группы

$\alpha$	$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\frac{3\pi}{2} + \alpha$	$\frac{3\pi}{2} - \alpha$
$\sin \alpha$				
$\cos \alpha$				
$\operatorname{tg} \alpha$				
$\operatorname{ctg} \alpha$				

Презентация выполненных работ (представители 2 групп).

Показ готовой таблицы на экране.

Вывод выступающего 1 группы:

Если аргумент тригонометрических функций состоит из суммы или разности вида,

$\pi + \alpha$	$\pi - \alpha$	$2\pi + \alpha$	$2\pi - \alpha$
----------------	----------------	-----------------	-----------------

то **наименование**  
тригонометрических функций \_\_\_\_\_.

Показ готовой таблицы на экране.

Вывод выступающего 2 группы:

Если аргумент тригонометрических функций состоит из суммы или разности вида,

$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\frac{3\pi}{2} + \alpha$	$\frac{3\pi}{2} - \alpha$
--------------------------	--------------------------	---------------------------	---------------------------

то **наименование** тригонометрических функций \_\_\_\_\_.

Обратите внимание на смену знака перед полученной функцией (зависит от четверти)

Необходимо сформулировать правило для формул приведения, если аргумент тригонометрических функций состоит из суммы или разности вида (задание для всех)

$90^\circ + \alpha$	$90^\circ - \alpha$	$270^\circ + \alpha$	$270^\circ - \alpha$
---------------------	---------------------	----------------------	----------------------

$360^\circ + \alpha$	$360^\circ - \alpha$	$180^\circ + \alpha$	$180^\circ - \alpha$
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

**6. Практическая часть (использование электронного учебника-справочника).**

Цель: закрепление необходимых знаний на уроке

Используя формулы приведения:

1. Можно ли найти  $\sin 120^\circ$ , зная  $\cos 30^\circ$ ,  $\sin 60^\circ$  ?

**I способ:**

$$\sin 120^\circ = \sin(90^\circ + 30^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

**II способ:**

$$\sin 120^\circ = \sin(180^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

2. Вычислить:

$$\cos 5\pi/6$$

$$\sin(-49\pi/6)$$

3. Упростить:

а)  $\sin(\pi/2+t) - \cos(\pi-t) + \operatorname{tg}(\pi-t) + \operatorname{ctg}(5\pi/2-t)$ ;

б)  $\sin(\pi-t) \cos(2\pi-t)$

$$\operatorname{tg}(\pi-t) \cos(\pi-t)$$

4. Решить уравнение:

$$2\sin(\pi+t) + \cos(\pi/2 - t) = -1/2$$

Самопроверка (ответы на экране ПК). За верно выполненный номер - 1 балл

**7. Физкультминутка. Гимнастика для глаз.**

**8. Тест (звучит классическая музыка)**

1 уровень

1. Упростите выражение

1.  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

а)  $\cos \alpha$ , б)  $-\cos \alpha$ , в)  $\sin \alpha$ , г)  $-\sin \alpha$ ,

2.  $\cos(2\pi - \alpha)$   
 а)  $\cos 2\pi$ , б)  $\cos \alpha$ , в)  $-\cos \alpha$ , г)  $\sin \alpha$ ,
3.  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$   
 а)  $\cos \frac{\pi}{2}$ , б)  $-\cos \alpha$ , в)  $\sin \alpha$ , г)  $-\sin \alpha$ ,
4.  $\sin(360^\circ - \alpha)$   
 а)  $\cos 360^\circ$ , б)  $-\sin \alpha$ , в)  $-\cos \alpha$ , г)  $\sin \alpha$ ,
5.  $\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha)$   
 а)  $\operatorname{tg} \alpha$ , б)  $\operatorname{ctg} \alpha$ , в)  $-\operatorname{ctg} \alpha$ , г)  $\operatorname{tg} 90^\circ$
6.  $\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha)$   
 а)  $\operatorname{tg} \alpha$ , б)  $\operatorname{ctg} \alpha$ , в)  $-\operatorname{ctg} \alpha$ , г)  $\operatorname{ctg} 180^\circ$ .

## 2. Вычислите с помощью формул приведения

1.  $\sin 240^\circ$   
 а)  $-\frac{1}{2}$ ; б)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; в)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; г)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;
2.  $\cos \frac{5\pi}{3}$   
 а)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; б)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; в)  $\frac{1}{2}$ ; г)  $-\frac{1}{2}$ ;
3.  $\sin\left(-\frac{11\pi}{6}\right)$   
 а)  $\frac{1}{2}$ ; б)  $-\frac{1}{2}$ ; в)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; г)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

## 3. Найти корень уравнения

1.  $2 \sin(\pi + \alpha) = 2$ .  
 а)  $\frac{3\pi}{2}$ ; б)  $\frac{\pi}{2}$ ; в)  $-1$ ; г)  $1$ .

2 уровень

## 1. Упростите выражение

1.  $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(2\pi + \alpha)$   
 а)  $2\cos \alpha$ , б)  $-\cos \alpha$ , в)  $\sin \alpha$ , г)  $0$ ,

$$2. \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \sin(\pi + \alpha)$$

а) 2, б)  $-\cos \alpha$ , в) 0, г)  $-2\sin \alpha$ ,

$$3. \sin(270^\circ + \alpha) - \cos(180^\circ + \alpha)$$

а) 1; б)  $-2\sin \alpha$ , в)  $-2\cos \alpha$ , г) 0,

$$4. \operatorname{tg}(270^\circ - \alpha) + \operatorname{ctg}(360^\circ + \alpha)$$

а) 1; б)  $2\operatorname{ctg} \alpha$ , в)  $-2\operatorname{ctg} \alpha$  г) 0.

## 2. Вычислите с помощью формул приведения

$$\cos 330^\circ + \operatorname{ctg} 315^\circ$$

а)  $-\frac{1}{2}$ ; б)  $\frac{\sqrt{3}}{2} - 1$ ; в)  $-\frac{\sqrt{3}}{2} + 1$ ; г)  $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;

$$\cos \frac{5\pi}{3} - \sin\left(-\frac{11\pi}{6}\right)$$

а)  $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$ ; б)  $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}$ ; в)  $\frac{1}{2}$ ; г)  $-\frac{1}{2}$ ;

## 3. Найти корень уравнения

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(\pi + \alpha) = 2.$$

а)  $\frac{3\pi}{2}$ ; б)  $\frac{\pi}{2}$ ; в) 1; г) 1.

3 уровень

## 1. Упростите выражение

$$1. \cos(2\pi + \alpha) + \sin(2\pi + \alpha) + \cos(2\pi - \alpha)$$

а)  $2 \cos \alpha + \sin \alpha$ , б)  $2 \cos \alpha - \sin \alpha$ , в)  $\cos \alpha + 2\sin \alpha$ , г)  $\cos 2\alpha$ .

$$2. \cos(90^\circ - \alpha) + \sin(360^\circ - \alpha) - \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha);$$

а)  $2 \sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha$ , б)  $-\operatorname{ctg} \alpha$ , в)  $2 \cos \alpha$ , г)  $3 \sin \alpha$ ;

$$3. \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - \operatorname{tg}(\pi + \alpha) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right);$$

а)  $-\operatorname{tg} \alpha$ , б)  $-\operatorname{ctg} \alpha$ , в)  $\operatorname{ctg} \alpha$ , г)  $\operatorname{tg} \alpha$ ;



$$4. \frac{\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) + \sin(\pi + \alpha)}{\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha)};$$

а)  $-\sin \alpha$ ,      б)  $3\sin \alpha$ ,      в)  $\sin \alpha$ ,      г)  $2 \operatorname{tg} \alpha$

## 2. Вычислите с помощью формул приведения

1.  $\operatorname{tg} 1800^\circ - \sin 495^\circ + \cos 495^\circ$

а)  $1 - 2\sqrt{2}$ ,      б)  $2\sqrt{2}$ ,      в)  $0$ ,      г)  $\sqrt{2}$ ;

2.  $\cos(-9\pi) - 2\sin(-49\pi/6) - \operatorname{ctg}(-21\pi/4)$

а)  $1 + \sqrt{2}$ ,      б)  $1 - \sqrt{2}$ ,      в)  $1$ ,      г)  $-1$ .

## 3. Найти корень уравнения

1.  $2\cos(2\pi + t) + \sin(\pi/2 + t) = -3$

а)  $\pi$ ,      б)  $2\pi$ ,      в)  $\pi/2$ ,      г)  $3\pi/2$ .

Проверить ответы ( верные ответы на экране)

Разбор ошибок и ликвидация пробелов.

## 9. Подведение итогов урока.

1. Выставление оценок, их мотивация

2. Домашнее задание. (Уровень выбрать по желанию)

### Уровень 1

#### Задание:

а) подготовить выражения для различных случаев применения формул приведения;

б) № 155, 157 из задачника и § 8 учебника А.Г. Мордковича.

## Уровень 2

Задание:

а) написать заметку в школьную газету “Для чего нужна мне математика?”

б) выполнить №159, 160 из задачника и § 8 учебника А.Г. Мордковича.

## Уровень 3

Задание: используя сайты Интернета, выберите задания по теме урока из тестов:

а) Интернет-портал «Абитуриент» <http://www.abitu.ru/servermap.esp>

б) демотесты по ЕГЭ (<http://www.ege.ru/>).

в) Государственное централизованное тестирование  
([http://www.edunews.ru/articles/go\\_ce\\_te.htm](http://www.edunews.ru/articles/go_ce_te.htm))

г) компьютерное тестирование для поступающих в вузы  
(<http://www.teletesting.ru/exam.htm>)

д) выполнить № 161.167 из задачника и § 8 учебника А.Г. Мордковича.

Заключительное слово учителя.

Однажды царь решил выбрать из своих придворных первого помощника. Он подвёл всех к огромному дверному замку. «Кто откроет, тот и будет первым помощником,»- сказал царь. Никто не притронулся даже к замку. Лишь один визирь подошёл и потянул замок, который открылся. Он не был закрыт на ключ.

Тогда царь сказал: «Ты получишь эту должность, потому что полагаешься не только на то, что видишь и слышишь, но надеешься на собственные силы и не боишься сделать попытку».

Спасибо за урок!